Correction du devoir commun de 2nd 2015 - CIV Avril 2015

Exercice 1 (6,5 points)

Partie A (3 points)

1) $f(0) = 1$ 0,25 pt
2) 1 et 3 sont les antécédents de -2 par *f*. 0,25 pt
3) 0,3 et 3,8 sont les deux solutions de cette équation. 0,5 pt
4) $S = \left]0\,;4\right[$ 0,5 pt
5) Le maximum de *f* sur *D* est 6 atteint en *x = -1* 0,25 pt
   Le minimum de *f* sur *D* est -3 atteint en *x = 2* 0,25 pt
6) a) sur figure 0,5 pt
   b) $S = \left]0\,;3\right[$ 0,5 pt

Partie B (3,5 points)

1) $(x-2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 4 - 3 = x^2 - 4x + 1 = f(x)$ 0,5 pt
2) $f(x) = (x-2)^2 - 3 = (x-2)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2 = \left(x-2-\sqrt{3}\right)\left(x-2+\sqrt{3}\right)$ 0,5 pt
3)

$$f(x) = 0 \iff \left(x-2-\sqrt{3}\right)\left(x-2+\sqrt{3}\right) = 0$$

$$\iff x-2-\sqrt{3} = 0 \quad ou \quad x-2+\sqrt{3} = 0$$ 0,75 pt

$$f(x) = 0 \iff x = 2+\sqrt{3} \approx 3{,}7 \quad ou \quad x = 2-\sqrt{3} \approx 0{,}3$$

Ce résultat est cohérent avec celui du 3) de la partie A.

4) $f(x) - (-3) = (x-2)^2 - 3 + 3 = (x-2)^2 \geq 0$ car un carré est toujours positif. 0,75 pt
5) $f(x) < g(x) \iff x^2 - 4x + 1 < -x + 1 \iff x^2 - 3x < 0 \iff x(x-3) < 0$

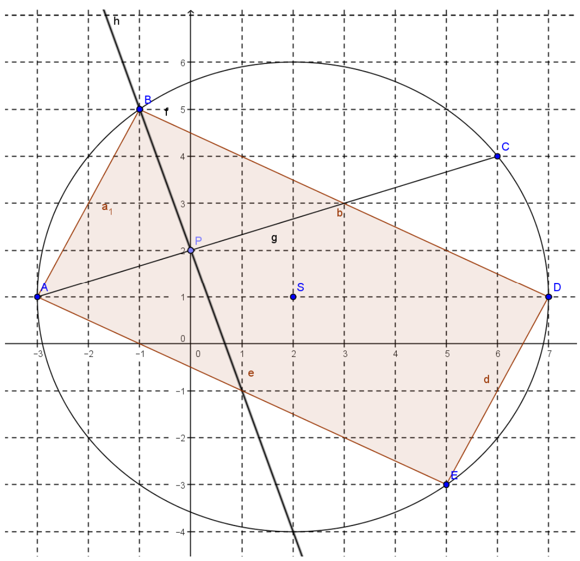
On utilise un tableau de signe :

x	$-\infty$		0		3		$-\infty$
x		-	0	+		+	
x-3		-		-	0	+	
x(x-3)		+	0	-	0	+	

$S = \left]0\,;3\right[$ résultat cohérent avec celui de la question 6) b) de la partie A 1 pt

Exercice 2 (5 points)

1)



0,75 pt

2)

a) $SA = \sqrt{(x_A - x_S)^2 + (y_A - y_S)^2} = \sqrt{25} = 5$ de même on calcule $SB = 5$. 0,75 pt

On conclut que A et B appartiennent au cercle **de centre S de rayon 5 cm.** 0,25 pt

3) a)

$$\begin{cases} \dfrac{x_A + x_D}{2} = \dfrac{-3+7}{2} = 2 = x_S \\ \dfrac{y_A + y_D}{2} = \dfrac{1+1}{2} = 1 = y_S \end{cases}$$ donc ***S* est le milieu de *[AD]***. 0,5 pt

b)

Le triangle *ADC* est inscrit dans le cercle de centre *S* et de rayon 5 d'après les question 2) et 3) a).
L'un des côté du triangle, *[AD]* est un diamètre de ce cercle.

***ADC* est donc un triangle rectangle en *C*.** 0,5 pt

4) a) Soit *E (x ; y)*.

ABDE est un parallélogramme $\Leftrightarrow$ *[AD]* et *[BE]* ont le même milieu

$\Leftrightarrow$ *S* est le milieu de *[BE]*

ABDE est un parallélogramme $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x_E + x_B}{2} = x_S \\ \dfrac{y_E + y_B}{2} = y_S \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x-1}{2} = 2 \\ \dfrac{y+5}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x-1}{2} = 2 \\ \dfrac{y+5}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases}$

Les coordonnées de *E* sont *(5 ; -3)*. 0,75 pt

b) On calcule *BE* = 10 cm (Formule utilisée en 2) a))
On sait que *AD*=10 cm en tant que diamètre du cercle.
Le quadrilatère *ABDE* est donc un parallélogramme qui possède des diagonales *[AD]* et *[BE]* de même longueur. **C'est donc un rectangle**. 0,5 pt

5) La droite *BP* est la hauteur issue de *B* dans le triangle *ABC*. 0,25 pt
Preuve : 0,75 pt

$P \in (AC)$. Il suffit donc de montrer que $(BP) \perp (AC)$.

On calcule $AP = \sqrt{10}$ et $BP = \sqrt{10}$ en utilisant la formule du 2) a).

De même $BA = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$

D'une part $AP^2 + BP^2 = 10 + 10 = 20$,

d'autre part $AB^2 = 20$

donc $AP^2 + BP^2 = AB^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, *APB* est un triangle rectangle, donc $(BP) \perp (AC)$.

Conclusion : **La droite *BP* est la hauteur issue de *B* dans le triangle *ABC***

Exercice 3 – 6 points

1) **a.** Tableau ci-contre. 0,5 pt

	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

b. Les 16 issues du tableau sont équiprobables, donc :

p(A) = 6/16 = 3/8 0,75 pt

p(B) = 12/16 = ¾ 0,75 pt

P(A⋂B) = 2/16 = 1/8 0,5 pt

c. p(A∪B) = p(A) + p(B) – p(A⋂B) = . . . = 1

A∪B est donc l'univers… 0,5 + 0,25pt

2) **a.** L'algorithme simule les 100 lancers de deux dés tétraédriques et fait apparaître la fréquence des résultats supérieurs ou égaux à 6. (0,5 pts)

b. Moyenne = 0,3736 (0,5 pts)
Mé = 0,37 Q1 = 0,33 Q3 = 0,42 (0,75 pt)

c. Vrai ; Q3 étant égal à 0.42, au moins ¾ des valeurs sont inférieures ou égales à 0.42 et donc à 0.45. (0,5 pt)

d. Par complémentarité : 48/50 = 96% (0,5 pt)

Exercice 4 – 2,5 points

Le sommet de la parabole a pour abscisse
–b/2a = -(-2)/2 = 1
et pour ordonnée f(1) = 0

On peut donc tracer l'axe des abscisses et l'abscisse 1
F(0) = 1 permet de placer l'axe des ordonnées